MATEMATICA

Insiemi

Docente: Prof. Nicola Vigilante | **Classe**: Prima I.T.T.

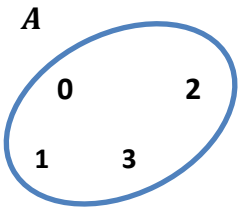
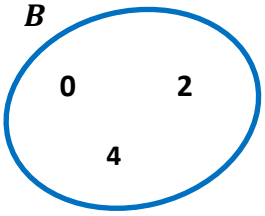
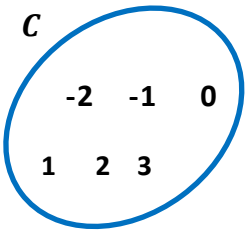
Per **insieme** si intende un raggruppamento ben definito di oggetti, numeri o concetti (chiamati **elementi**). Gli elementi che compongono l'insieme devono essere **tutti diversi tra loro**; non sono ammessi elementi duplicati.

Gli insiemi si indicano solitamente con una **lettera maiuscola** (esempio: A, B, N, Z), mentre gli elementi al loro interno si indicano con lettere minuscole.

Nella seguente tabella sono elencati una serie di **simboli** utili per scrivere in maniera compatta le relazioni tra gli insiemi e i propri elementi.

Simbolo	Come si legge	Funzionalità	Esempio
$\emptyset$	Insieme vuoto	Indica un insieme privo di elementi	$\boldsymbol{A} = \emptyset$
$\boldsymbol{N}$	Insieme N	Indica l'insieme dei numeri naturali	$\boldsymbol{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\boldsymbol{Z}$	Insieme Z	Indica l'insieme dei numeri interi	$\boldsymbol{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
$\boldsymbol{Q}$	Insieme Q	Indica l'insieme dei numeri razionali	$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ $sono\ elementi\ dell'insieme\ Q$
$\boldsymbol{R}$	Insieme R	Indica l'insieme dei numeri reali	$\pi, \sqrt{3}$ $sono\ elementi\ dell'insieme\ R$
$\in$	Appartiene	Specifica che un elemento appartiene a un insieme	$\mathbf{2} \in \boldsymbol{N}$, $-\mathbf{5} \in \boldsymbol{Z}$, $\sqrt{3} \in \boldsymbol{R}$
$\subset$	Sottoinsieme di	Indica che un insieme è sottoinsieme di un altro insieme	$\{1, 2, 3\} \subset N$

Per **rappresentare un insieme** possiamo utilizzare **tre metodi**:

Rappresentazione per elencazione	**Rappresentazione per proprietà caratteristica**	**Rappresentazione grafica**
Elencando gli elementi racchiusi tra parentesi graffe, separati da virgole.	Indicando una proprietà comune che tutti e soli gli elementi devono soddisfare.	Mediante i **diagrammi di Eulero-Venn** (linee chiuse che racchiudono i punti o i simboli degli elementi).
Esempio 1 $\boldsymbol{A} = \{ 0, 1 , 2 , 3 \}$	$\boldsymbol{A} = \{ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{N} ; \boldsymbol{x} < \boldsymbol{4} \}$ Dove N è l'insieme dei numeri Naturali	
Esempio 2 $\boldsymbol{B} = \{ 0 , 2 , 4 \}$	$\boldsymbol{B} = \{ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{N} ; \boldsymbol{x} < \boldsymbol{6} ; \boldsymbol{x}$ è $\boldsymbol{pari} \}$	
Esempio 3 $\boldsymbol{C} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3 \}$	$\boldsymbol{C} = \{ \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{Z} ; -\boldsymbol{2} \leq \boldsymbol{x} < \boldsymbol{4} \}$	

OPERAZIONI TRA INSIEMI

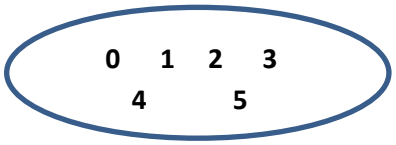
UNIONE $A \cup B$

L'**unione** tra due o più insiemi è l'insieme formato dagli elementi che appartengono al primo o al secondo insieme

Regola chiave: Gli elementi in comune tra i due insiemi vengono scritti **una sola volta** nell'insieme unione (non si ripetono)

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{0, 2, 4, 5\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$



INTERSEZIONE $A \cap B$

L'**intersezione** di due insiemi è un nuovo insieme che contiene **tutti e soli gli elementi in comune** tra i due insiemi.

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{0, 2, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{2, 4\}$$



DIFFERENZA $A - B$

La **differenza** tra due insiemi A e B è un nuovo insieme che contiene tutti gli elementi appartenenti all'insieme A ma non all'insieme B

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{0, 2, 4, 5\}$$

$$A - B = \{1, 3\}$$

$$B - A = \{0, 5\}$$

INSIEME COMPLEMENTARE

L'**insieme complementare** $\overline{B}$ di un insieme B rispetto ad un insieme A che lo contiene è l'insieme differenza dei due insiemi**.**

$$\overline{B}_A = A - B$$

Regola chiave: E' obbligatorio che l'insieme di cui si vuole trovare il complementare sia un sottoinsieme dell'insieme più grande (*chiamato insieme universo o insieme ambiente*). Nel caso specificato deve essere: $B \subset A$**.**

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 5\} \quad C = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\overline{B}_A = A - B = \{1, 3, 6, 7, 8\}$$

$$\overline{C}_A = A - C = \{3, 8\}$$

$$\overline{B}_C = C - B = \{1, 6, 7\}$$

ESERCIZIO 1

Rappresentare per elencazione l'insieme unione formato dai primi cinque numeri pari maggiori di 1 e dai primo tre numeri maggiore o uguali a 1.

Soluzione

Rappresentazione per elencazione:

$\boldsymbol{A} = \{\, 2\,, 4\,, 6, 8, 10\,\}$

$\boldsymbol{B} = \{\, 1\,, 3\,, 5\,\}$

L'nsieme Unione sarà:

$\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10\,\}$

ESERCIZIO 2

L'insieme $\boldsymbol{A}$ è formato dai numeri maggiori di 1 e minori di 10 e l'insieme $\boldsymbol{B}$ è formato dai numeri pari compresi tra 3 e 9. Rappresenta per elencazione e tramite Diagramma di Eulero-Venn l'insieme differenza $\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$.

Soluzione

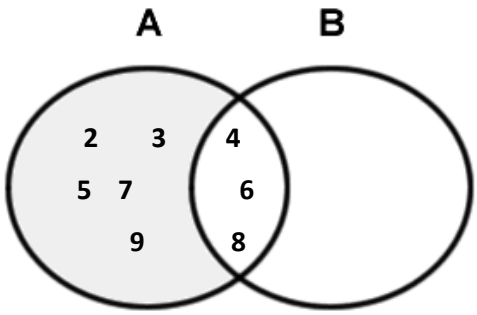
Rappresentazione per elencazione:

$\boldsymbol{A} = \{\, 2\,, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\,\}$

$\boldsymbol{B} = \{\, 4, 6, 8,\}$

L'nsieme differenza sarà:

$\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = \{\, 2, 3, 5, 7, 9\,\}$



ESERCIZIO 3

Dati gli insiemi $\boldsymbol{A} = \{\, \mathbf{10}\,, \mathbf{20}\,, \mathbf{30}\,\}, \boldsymbol{B} = \{\, \mathbf{20}\,, \mathbf{25}\,, \mathbf{30}\,\}$, $\boldsymbol{C} = \{\, \mathbf{20}\,,\ \mathbf{30}\,\}$ indica se le seguenti affermazioni sono vere o false.

$A \cap B = \{\, 20\,, 30\,\}$	Vero
$C \subset A$	Vero
$A \subset B$	Falso
$A \cup B = B$	Vero
$B \subset A$	Falso
$C \cap B = A \cap B$	Vero
$A \cup B = \{\, 10\,, 20\,, 25\,, 30\,\}$	Vero
$A \cap C = \emptyset$	Falso

ESERCIZIO 4
Elenca gli elementi dell'insieme $\boldsymbol{I = \{\, n \mid n \in N, n \text{ è } divisore\ di\ 21\}}$

Soluzione

$$\boldsymbol{I = \{\, 1\,, 3, 7, 21\,\}}$$

ESERCIZIO 5
Elenca gli elementi dell'insieme $\boldsymbol{F = \{\, n \mid n \in Z, n \text{ è } multiplo\ di\ 3\ non\ negativo,\ n < 15\}}$

Soluzione

$$\boldsymbol{F = \{\, 0, 3, 6\,, 9, 12\}}$$

ESERCIZIO 6
Dati gli insiemi: $\boldsymbol{A = \{\, 1\,, 2\,, 3\,, 4, 5\,\}}$, $\boldsymbol{B = \{\, x : x \in N, x \text{ è } divisore\ di\ 8\,\}}$,

$\boldsymbol{C = \{\, 0, 2, 4, 5, 6, 8\,\}}$ $\boldsymbol{Z = \{\, x : x \in N, x < 10\ \}}$

Determinare per gli insiemi A, B, C il complementare rispetto all'insieme Z.

Soluzione

Le rappresentazioni degli insiemi B e Z, per elencazione, saranno:

$$\boldsymbol{B = \{\, 1, 2\,, 4, 8\,\}}$$

$$\boldsymbol{Z = \{\, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\,\}}$$

Possiamo calcolare gli insiemi complementari rispetto a Z poiché A, B e C sono entrambi sottoinsiemi di Z:

$$\boldsymbol{\bar{A}_Z = Z - A = \{\, 0, 6, 7, 8, 9\,\}}$$

$$\boldsymbol{\bar{B}_Z = Z - B = \{\, 0, 3, 5, 6, 7, 9\,\}}$$

$$\boldsymbol{\bar{C}_Z = Z - B = \{\, 1, 3, 7, 9\,\}}$$